

Istituto Tecnico Industriale e Liceo Scientifico “Luigi Pietrobono” di Alatri

Prof.ssa Pia Astone, Dr. Fausto Casaburo, Prof. Augusto Cerica, Prof. Catello D’Auria,

Prof.ssa Francesca di Mauro, Prof.ssa Annamaria Di Vico

a.s. 2021/22

Alunni : Agostini Vanessa, Arcese Beatrice, Ascani Niccolò, Caperna Serena, Deda Daniel, Frasca Luciano, Galuppi Gaia, Giovannetti Gabriele, Ludovici Gaetano, Martone Leonardo, Marucci Benedetta, Mizzoni Luca, Moriconi Aurora, Pietrobono Aurora, Pongelli Francesco, Severa Filippo, Vona Daniele

Data 12/04/2022

Esperienza n°3: Misura della costante elastica di una molla con Arduino

Obiettivo dell’esperimento: Lo scopo dell’esperimento è di misurare la costante elastica di una molla

Richiami teorici

La molla è uno strumento fisico che, in seguito all'azione di una forza, subisce un allungamento o una compressione e, al cessare della forza, tende a tornare alla sua forma originaria detta posizione di equilibrio. Se la molla viene fissata tramite un estremo e all’altro estremo viene collegata una massa m , la molla si allungherà di una quantità Δx fino a bilanciare la forza peso della massa. La forza di richiamo (forza elastica F_e) è data da:

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_p \quad 1$$

dove F_p è la forza peso. La forza elastica e l’allungamento sono correlati tra loro tramite la legge di Hooke:

$$F_e = k\Delta x \quad 2$$

dove k è una proprietà della molla ed è detta costante elastica. In assenza di attrito, se la massa viene spostata di una quantità Δx rispetto alla posizione di equilibrio, la molla inizierà a oscillare di moto armonico per effetto della forza elastica e della forza peso. Nel caso di molla ideale (massa nulla), il periodo di oscillazione è dato da:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad 3$$

Strumenti utilizzati:

Per l'esecuzione dell'esperimento sono stati utilizzati:

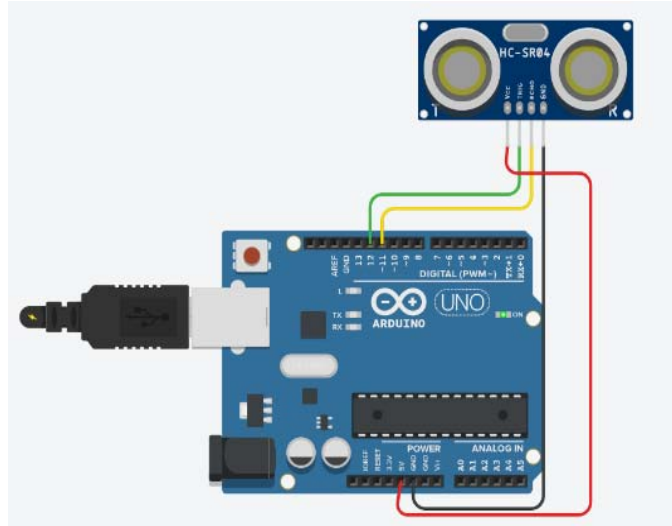
- Molla
- Asta di supporto
- Porta pesetti
- Pesetti
- Bilancia (sensibilità $\pm 1g$)
- Scheda Arduino UNO
- Sensore di distanza a ultrasuoni HC-SR04 (sensibilità $\pm 3mm$)
- Cavetti Duponts
- Cavo USB
- Computer

Schema dell'esperimento:

Per l'esecuzione dell'esperimento, la molla è stata appesa tramite un'estremità all'asta di supporto, mentre all'altra estremità è stato collegato il porta pesetti su cui sono state inserite le masse (Fig. 1a). Sotto il porta-pesetti è stato posto il sensore HC-SR04 che misurava la distanza tra il sensore stesso e il porta-pesetti. Il sensore è stato collegato ad Arduino come nello schema Fig. 1b.



(a)



(b)

Fig.1: (a) Setup sperimentale. (b) Schema di collegamento.

Parte 1: Misura statica della costante elastica

Acquisizione dati:

Per effettuare la misura statica della costante elastica è stata innanzitutto misurata la distanza tra il sensore a ultrasuoni e il portapesetti vuoto x_0 . Dopodichè sono stati aggiunti i pesetti sul porta pesetti e per ognuna delle masse è stata misura la nuova distanza x_1 . In particolare, per ogni valore di massa (nonché per il caso di portapesetti vuoto), il programma per Arduino (sketch) effettua $N=50$ misure di distanza, ne calcola la media

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} \quad 4$$

L'incertezza statistica

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad 5$$

dove σ è la deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2}{N - 1}} \quad 6$$

e detto σ_{sis} la sensibilità, calcola l'incertezza totale (statistica+sistemica):

$$\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{\sigma_{(x)}^2 + \sigma_{\text{sis}}^2} \quad 7$$

I dati raccolti di massa e posizioni prima e dopo l'aggiunta delle masse sono riportati in Tab. 1

Tab.1: Dati raccolti dal sensore di massa e posizioni

Massa $\cdot 10^{-2}$ (kg)	x_0 (m)	$x_1 \cdot 10^{-2}$ (m)
5.0 ± 0.1	31.42 ± 0.40	30.25 ± 0.40
7.5 ± 0.1		29.64 ± 0.41
10.0 ± 0.1		29.04 ± 0.40
15.0 ± 0.1		27.83 ± 0.40

Analisi e risultati:

Per ognuna delle masse è stato calcolato l'allungamento:

$$\Delta x = |x_1 - x_0| \quad 8$$

e la sua incertezza

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2} \quad 9$$

Inoltre, dai dati della massa applicata è stata calcolata la forza peso

$$F_p = mg \quad 10$$

e la sua incertezza:

$$\sigma_{F_p} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2} F_p \quad 11$$

Dove $g=9.81\text{m/s}^2$ e $\sigma_g=0.01\text{m/s}^2$. Tenendo conto di Eq. 1 ed Eq. 2, i dati di F_p in funzione di Δx sono stati interpolati (Fig. 2) con l'equazione di una retta passante per l'origine.

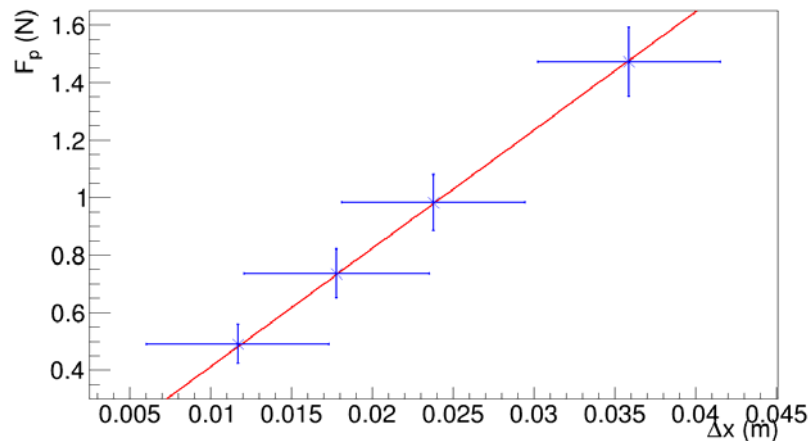


Fig. 2: Interpolazione dei dati.

Il coefficiente angolare c ottenuto dall'interpolazione coincide con il valore della costante elastica (Fig.2) che risulta:

$$k = (41.2 \pm 5.2) \text{ N/m}$$

Parte 2: Misura dinamica della costante elastica

Acquisizione dati:

Per effettuare la misura dinamica della costante elastica è stato utilizzato lo stesso setup sperimentale utilizzato per la misura statica. In tal caso, però, la molla è stata fatta oscillare e i dati di posizione nel tempo sono stati acquisiti tramite il sensore a ultra suoni. L'operazione è stata ripetuta per valori di massa diversa. Le misure di tempo t_1 e t_2 corrispondenti a due massimi consecutivi sono riportati in Tab. 2 per ognuna delle masse utilizzate.

Tab.2: Tempi corrispondenti a due massimi consecutivi.

Massa $\cdot 10^{-2}$ (kg)	t_1 (ms)	t_2 (ms)
8.4 ± 0.1	1133.00 ± 0.09	1417.00 ± 0.09
10.9 ± 0.1	1419.00 ± 0.09	1744.00 ± 0.09
13.4 ± 0.1	1701.00 ± 0.09	2059.00 ± 0.09
18.4 ± 0.1	1415.00 ± 0.09	1835.00 ± 0.09

Analisi e risultati:

Dai tempi misurati (Tab. 2) è stato calcolato il periodo di oscillazione:

$$T = t_2 - t_1 \quad 12$$

e la sua incertezza data da:

$$\sigma_T = \sqrt{(\sigma_{t_1})^2 + (\sigma_{t_2})^2} \quad 13$$

Dal valore del periodo T è stato calcolato T^2 e la sua incertezza:

$$\sigma_{T^2} = \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2} \quad 14$$

I dati di T^2 in funzione della massa applicata sono stati interpolati (Fig. 3) con l'equazione di una retta passante per l'origine.

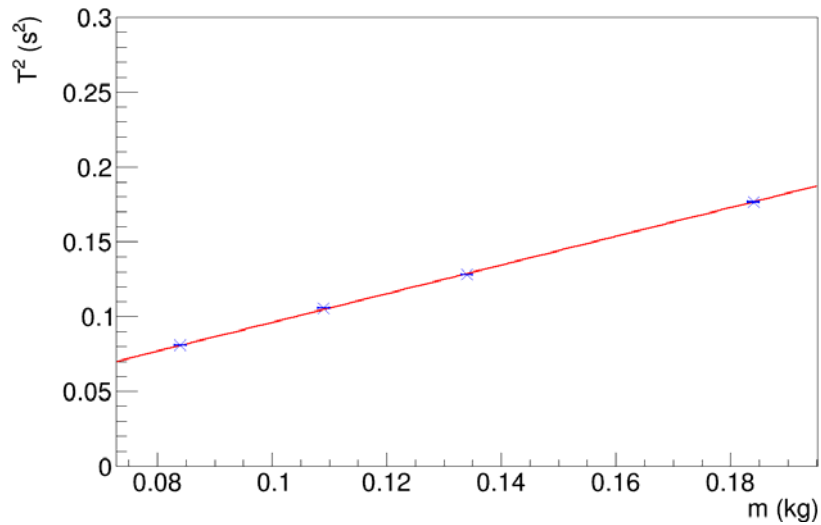


Fig. 3: Interpolazione dei dati.

Dal valore di coefficiente angolare c , il valore della costante elastica è data da:

$$k = \frac{4\pi^2}{c} \quad 15$$

E la sua incertezza è data da

$$\sigma_k = \frac{4\pi^2}{c^2} \sigma_c \quad 16$$

Ottenendo rispettivamente:

$$c = (9.600 \pm 0.036) \cdot 10^{-1} \text{ m/N}$$

e

$$k = (41.12 \pm 0.12) \text{ N/m}$$

Conclusioni:

Durante l'esperimento abbiamo effettuato la misura della costante elastica di una molla con l'utilizzo di Arduino. L'esperimento è stato condotto con due modalità diverse. Applicando la legge di Hooke e misurando l'allungamento della molla al variare della massa applicata e mettendo in

oscillazione la molla e misurando il periodo in funzione della massa. I risultati ottenuti sono...