

DOPPIA PESATA
Materiale occorrente:

- Bilancia con pesi
- Corpo di peso incognito

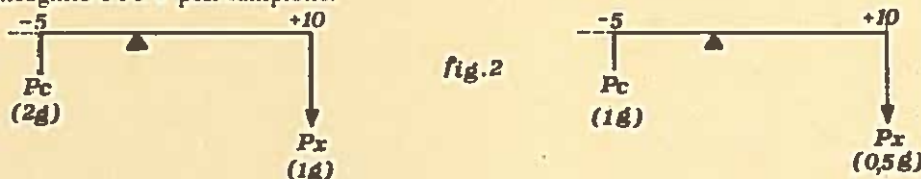
Riferendoci all'esperienza M 111, "Analisi degli errori" il metodo delle doppie pesate tende a eliminare l'errore di cui al punto (A), ovvero l'errore dovuto alla diversa lunghezza dei bracci.

Analisi teorica del metodo

Sia l una leva di 1° genere a braccia uguali



L'equilibrio nel caso di forze applicate in -5 e +10 si ha per 1_g contro 2_g, quindi i pesi non sono uguali: siano P_x : peso incognito e P_c : pesi campione.



Se invertiamo P_x con P_c, lasciando fisso P_x e variando P_c otterremo l'equilibrio di cui alla figura 2b, ovvero per equilibrare un P_x di 1 g necessita un P_c di 0,5 g.

Assimilando la leva ad un giogo da bilancia avremo due misure di peso, uno per eccesso e uno per difetto, precisamente:

$$P_{c1} = 2 \text{ g} \quad ; \quad P_{c2} = 0,5 \text{ g}$$

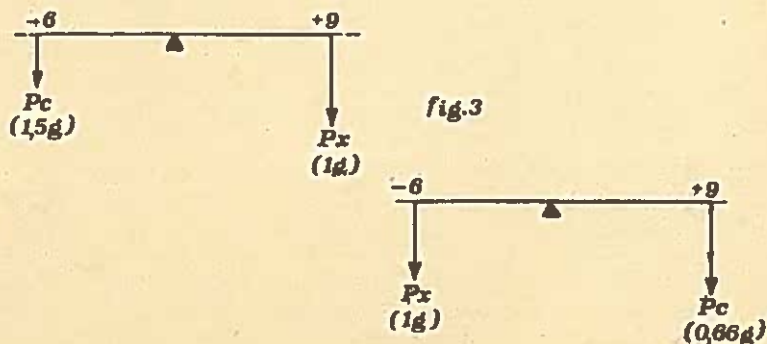
il peso incognito P_x è sicuramente compreso tra questi due valori:

Eseguiamo la media:

$$\frac{2 + 0,5}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ g}$$

Essendo il valore vero della misura 1 g commettiamo un errore del 25%₀. (per un rapporto dei bracci di 5 : 10 : 1 : 2)

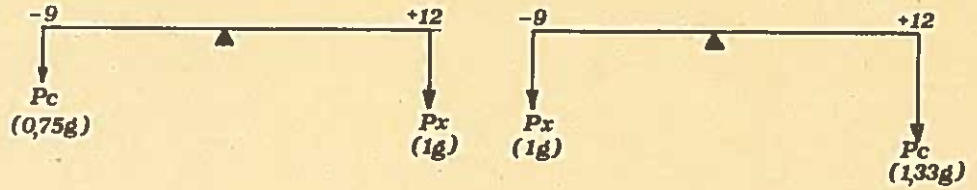
Riduciamo ora il rapporto dei bracci a "2 : 3"



Eseguiamo la media $\frac{1,5 + 0,66}{2} = \frac{2,16}{2} = 1,08$

L'errore è ora dell'8%₀.

Portiamo il rapporto a 3 : 4

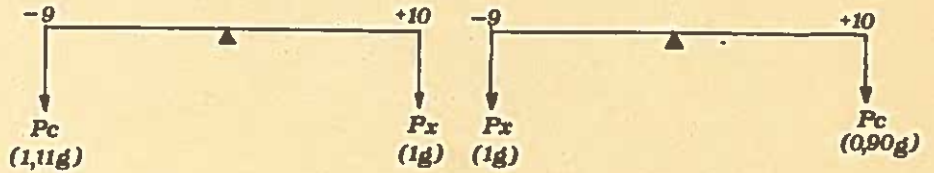


Eseguiamo la media:

$$\frac{0,75 + 1,33}{2} = \frac{2,08}{2} = 1,04$$

L'errore è ora del 4 %.

Portiamo infine il rapporto a 9 : 10.



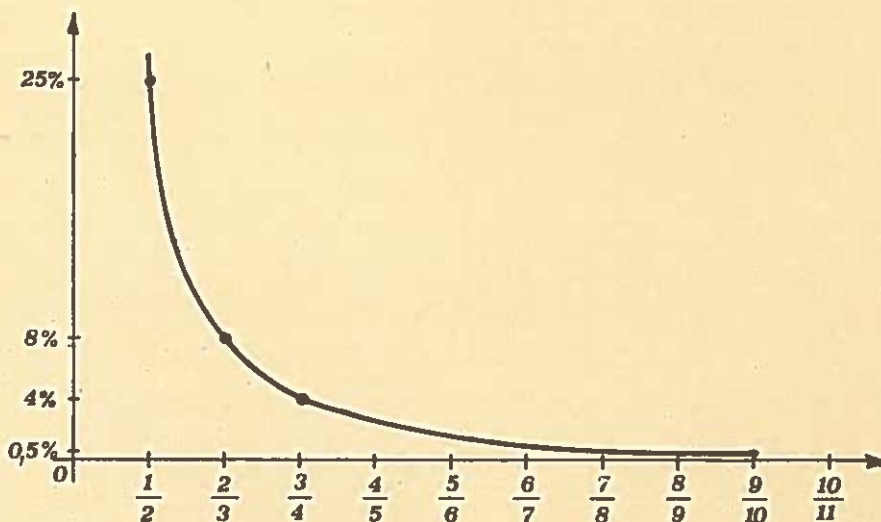
Eseguiamo la media:

$$\frac{1,11 + 0,90}{2} = \frac{2,01}{2} = 1,005$$

L'errore è ora del 0,5 %.

E' evidente che l'errore diminuisce al crescere del rapporto tra i bracci e diventa zero quando detto rapporto è uguale a 1.

Possiamo tracciare un grafico dell'errore in funzione del rapporto dei bracci.



Otteniamo una curva che presenta come asintoto l'asse delle x, cioè tende a errore zero per tendere del rapporto a 1, cioè quando i bracci sono uguali.

Esecuzione dell'esperienza.

Dato che il rapporto tra i bracci di una bilancia è vicinissimo all'unità si può eseguire la media senza commettere errori rilevanti.

- 1) Si mette il peso incognito sul piatto destro e si equilibra sul sinistro con pesi campione, eventualmente apportando la correzione con il metodo della sensibilità (vedi esp. M 111).
 - 2) Si mette il peso incognito sul piatto sinistro e si equilibra con pesi campione sul piatto destro.
- Si hanno due valori P_{c_1} e P_{c_2} di cui si esegue la media che dà il valore del peso incognito.

Esempio:

Dati iniziali: -peso approssimativo del corpo da misurare : 20 g
-sensibilità della bilancia a 20 g (descritto dall'esperienza M 111) : 50 mg/div.

- 1) Determinazione del centro di oscillazione a piatti scarichi (vedi M 111) : $C_1 = -1$
- 2) Corpo di peso incognito a destra.
Pesi campione a sinistra : 22,500 g.
- 3) Determinazione del nuovo centro di oscillazione $C_2 = +2$
- 4) Correzione : $22,500 + (-1 - 2) \cdot 50 = 22,350$ g

- 2/a) Corpo di peso incognito a sinistra.
Pesi campione a destra : 22,500 g
- 3/a) Determinazione del centro di oscillazione $C_3 = 22,500$ g
- 4/a) Correzione : $22,500 + [-1 - (-2)] \cdot 50 = 22,550$ g
- 5) Medie dei due dati



$$\frac{22,350 + 22,550}{2} = 22,450 \text{ g} \quad (\text{valore del peso incognito})$$

Valutazione dell'errore.

L'errore assoluto può essere valutato mediante il rapporto $\frac{P_{\max} - P_{\min}}{2}$

Nell'esempio ϵ (errore assoluto) = 0,1 g

L'errore relativo si determina con la formula

$$\frac{\epsilon}{P_{\text{medio}}} = \frac{0,1}{22,45} = 4,5 \cdot 10^{-3} = 0,4 \%$$

Nota -

L'errore e le misure riportate nell'esempio corrispondono a condizioni che in genere non si verificano nelle bilance in dotazione alla collezione.

I due pesi trovati saranno più vicini tra di loro e l'errore sarà al massimo di qualche unità su 1000.