Misura della costante di Planck con diodi LED

Metodi per l'analisi dei dati e propagazione degli errori

Progetto Lab2Go, 14 Aprile 2021

*Nadir Marcelli**
Giuseppe Di Sciascio
Matteo Sorbara

Sommario

1. Riepilogo misura

2. Teoria degli errori

3. Analisi dati:

    - Retta di massima e minima pendenza
    - Microsoft Office: Excel
    - Python

Relazioni coinvolte

Equazione di Planck:

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad : \quad h = 6.62607015 \times 10^{-34}\, J \cdot s$$

L'energia minima che bisogna fornire ai LED per accendersi:

$$E_{LED} = eV_g$$

Da queste due equazioni possiamo ricavare:

$$eV_g = \frac{hc}{\lambda} \;\rightarrow\; V_g = \frac{hc}{e}\frac{1}{\lambda}$$

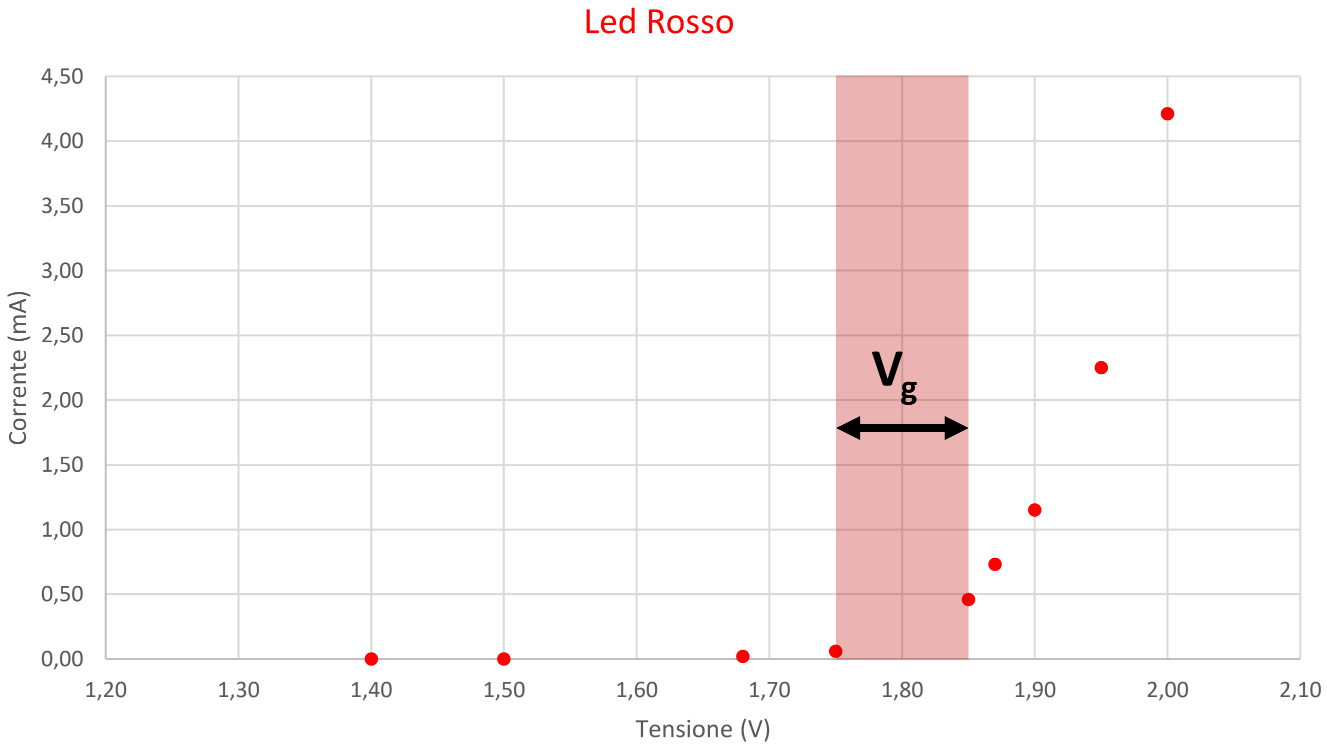
Sapendo che :

$$e = 1{,}602 \times 10^{-19} C \quad ; \quad c = 2{,}998 \times 10^{8}\, \frac{m}{s}$$

Misura di V_g

Il valore di Vg viene estratto dalla curva caratteristica del LED, che descrive la relazione tra:

- La tensione ai capi del LED → V
- La corrente che attraversa il circuito → I



Misura di V_g

Supponiamo che il valore di V_g sia determinato dal valore medio di questo intervallo:

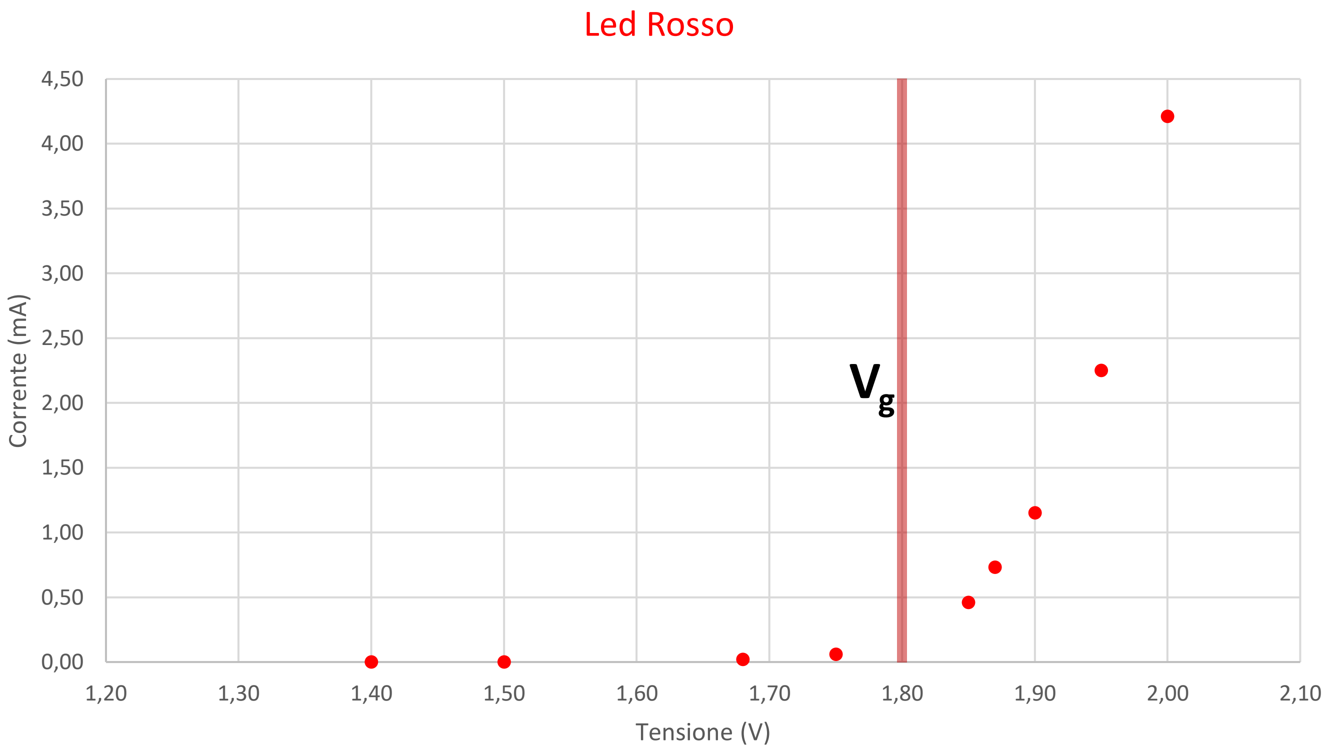
$$V_g = 1{,}80\ V$$

Dalla relazione di prima possiamo ricavare:

$$h = \frac{V_g e}{c} \cdot \lambda$$

$$\lambda_{Rosso} = 6{,}85 \times 10^{-7}\ m$$

$$h_{misurata} = 6{,}773 \times 10^{-34}\ J \cdot s$$



Misura di h

Adottando la stessa procedura per gli altri LED:

Colore	Valore di *h*
Rosso	$6{,}773 \times 10^{-34}\, J \cdot s$
Verde	$6{,}735 \times 10^{-34}\, J \cdot s$
Blu	$6{,}599 \times 10^{-34}\, J \cdot s$
Giallo	$6{,}839 \times 10^{-34}\, J \cdot s$

Perché per ogni colore otteniamo un valore diverso?

Quale di questi è il più affidabile?

Teoria degli errori

- Tutte le volte che si effettua una misura si commette un errore, mi dispiace…
- Si cerca di ridurre gli errori commessi al minimo possibile ma si finisce con il conviverci
- È buona norma infatti associare un errore alle misure effettuate

Possiamo distinguere due grandi categorie di errori:

Errore sistematico

È costante al ripetersi della misura e dipende dall'imprecisione dello strumento o dal metodo utilizzato.

Errore statistico

È un errore causato da fenomeni casuali derivati da fluttuazioni indotte da eventi esterni al sistema di misurazione, come disturbi, variazioni di temperatura ecc.

Propagazione dell'errore

Come spesso accade, la quantità che si vuole osservare si ottiene tramite una relazione che dipende dalle quantità misurate. Nel nostro caso:

$$h(V_g, \lambda) = \frac{V_g e}{c} \cdot \lambda \quad \rightarrow \quad In\ generale: \quad f(x_0, x_1, \dots, x_n)$$

E come si propaga l'errore commesso sulle singole variabili alla quantità finale?

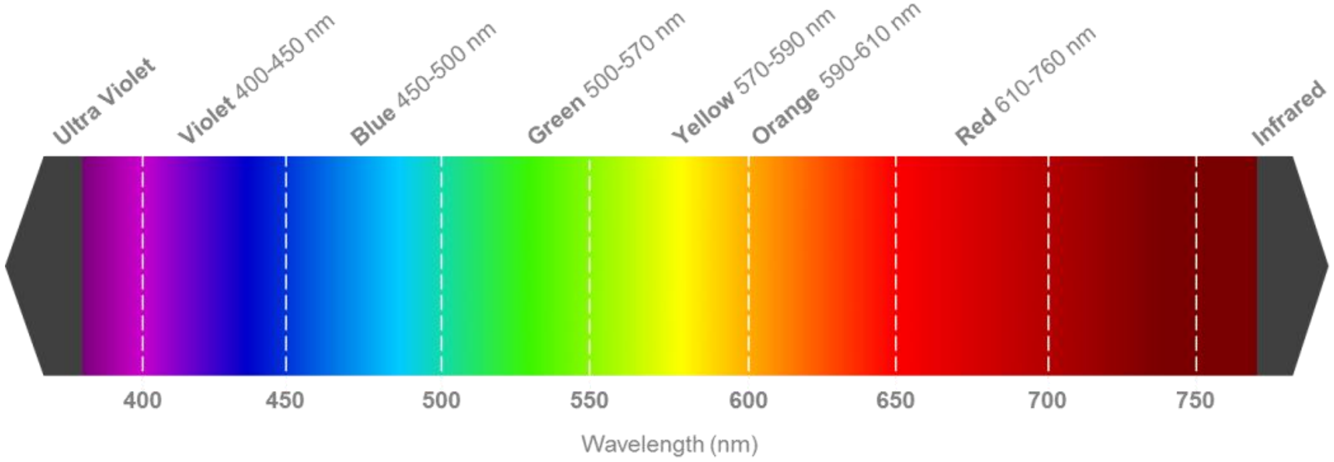
Ovvero, conoscendo ΔV_g e $\Delta\lambda$ come ottengo Δh?

La formula generale è:

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{df}{dx_i} \cdot \Delta x_i\right)^2}$$ che nel nostro caso diventa $$\Delta h(V_g, \lambda) = \sqrt{\left(\frac{\lambda e}{c} \cdot \Delta V_g\right)^2 + \left(\frac{V_g e}{c} \Delta\lambda\right)^2}$$

Errori sulle nostre misure

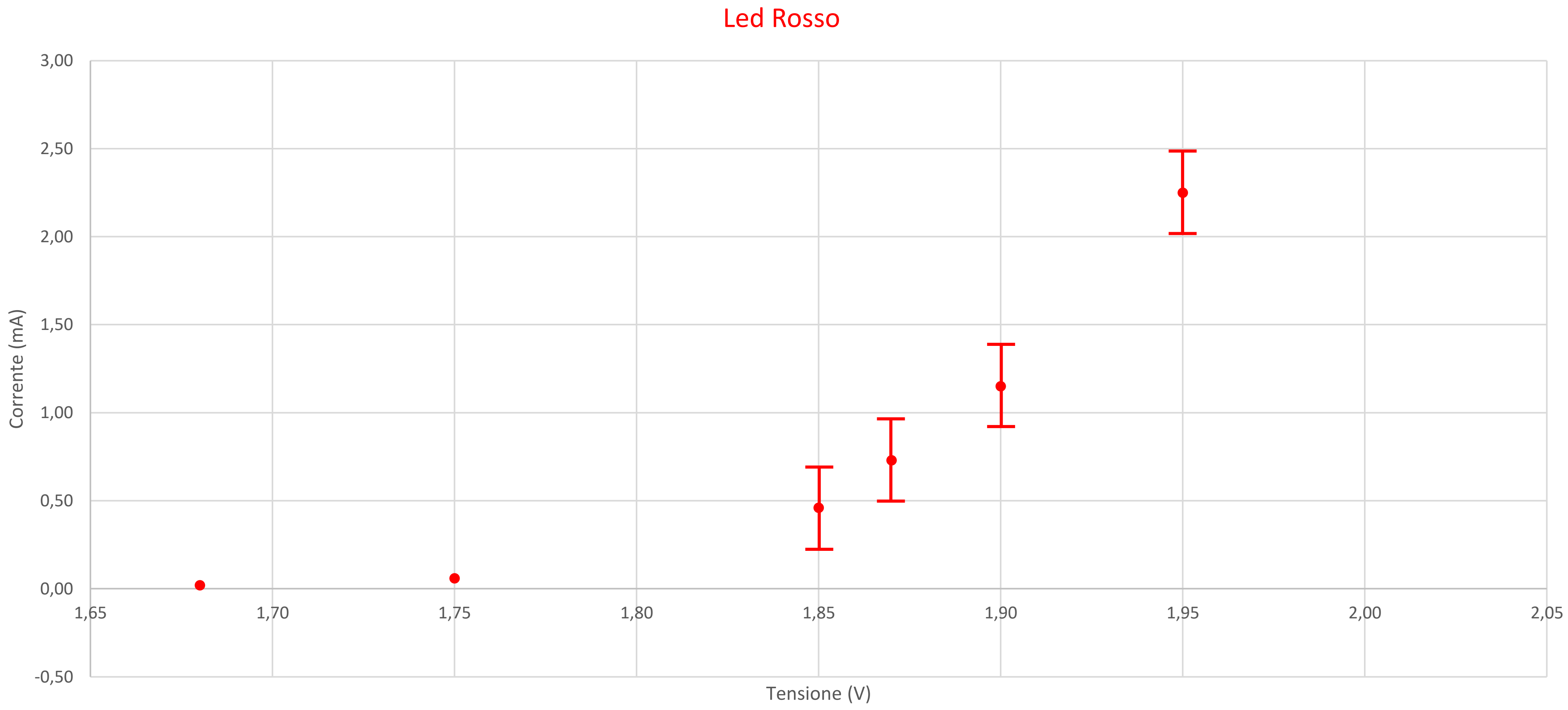
- Le misure che abbiamo effettuato per la tensione e corrente hanno un errore associato che è determinato dalla sensibilità dello strumento
- Le lunghezze d'onda λ dei LED sono state determinate dai fogli tecnici dei relativi componenti
- L'errore associato alla quantità Vg dipende dal metodo utilizzato per misurarla



Colore	$\lambda\ (nm)$
Rosso	685 ± 75
Verde	535 ± 35
Blu	475 ± 25
Giallo	580 ± 10

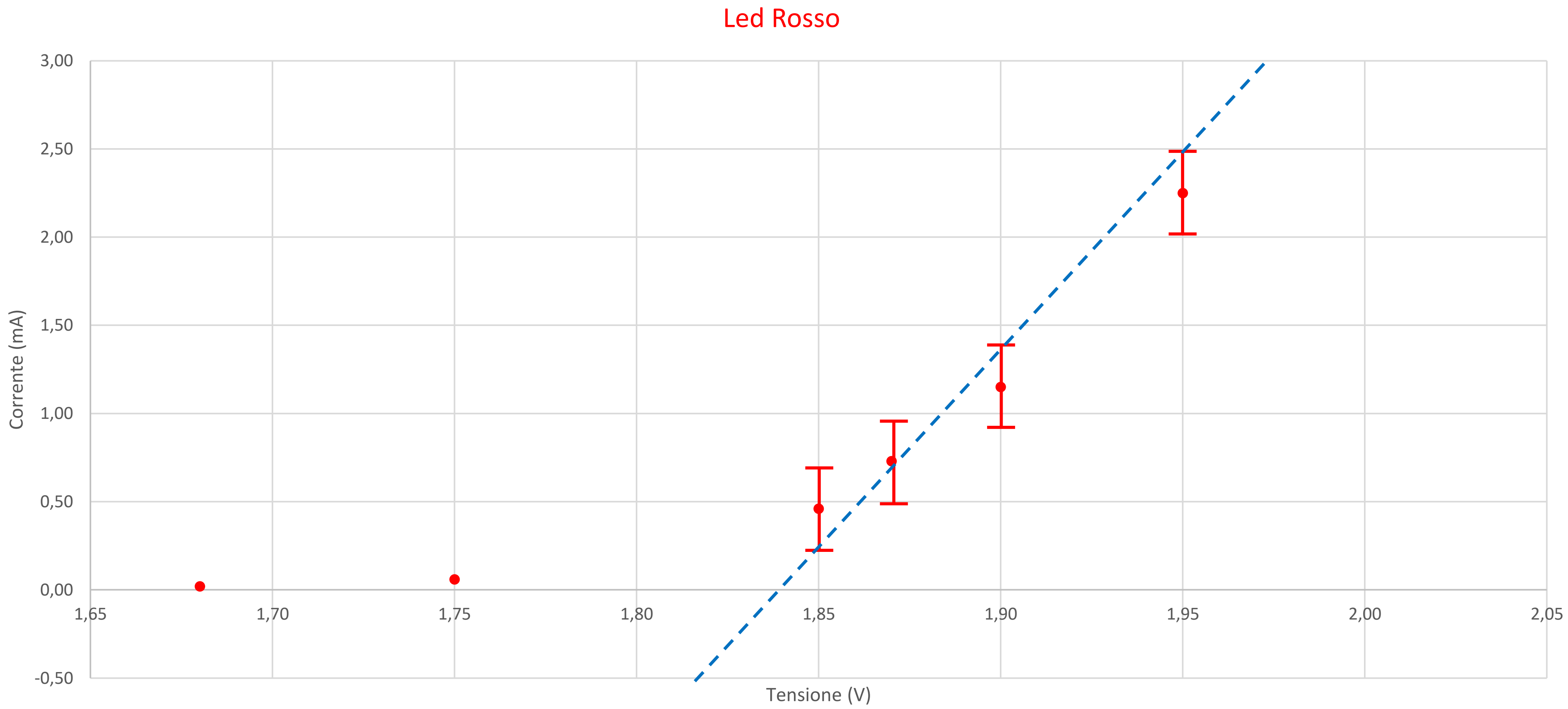
Retta di massima e minima pendenza

Questo metodo può essere applicato ogni volta che si ha a che fare con una relazione lineare.
Proviamo ad applicarlo per misurare il valore di Vg:



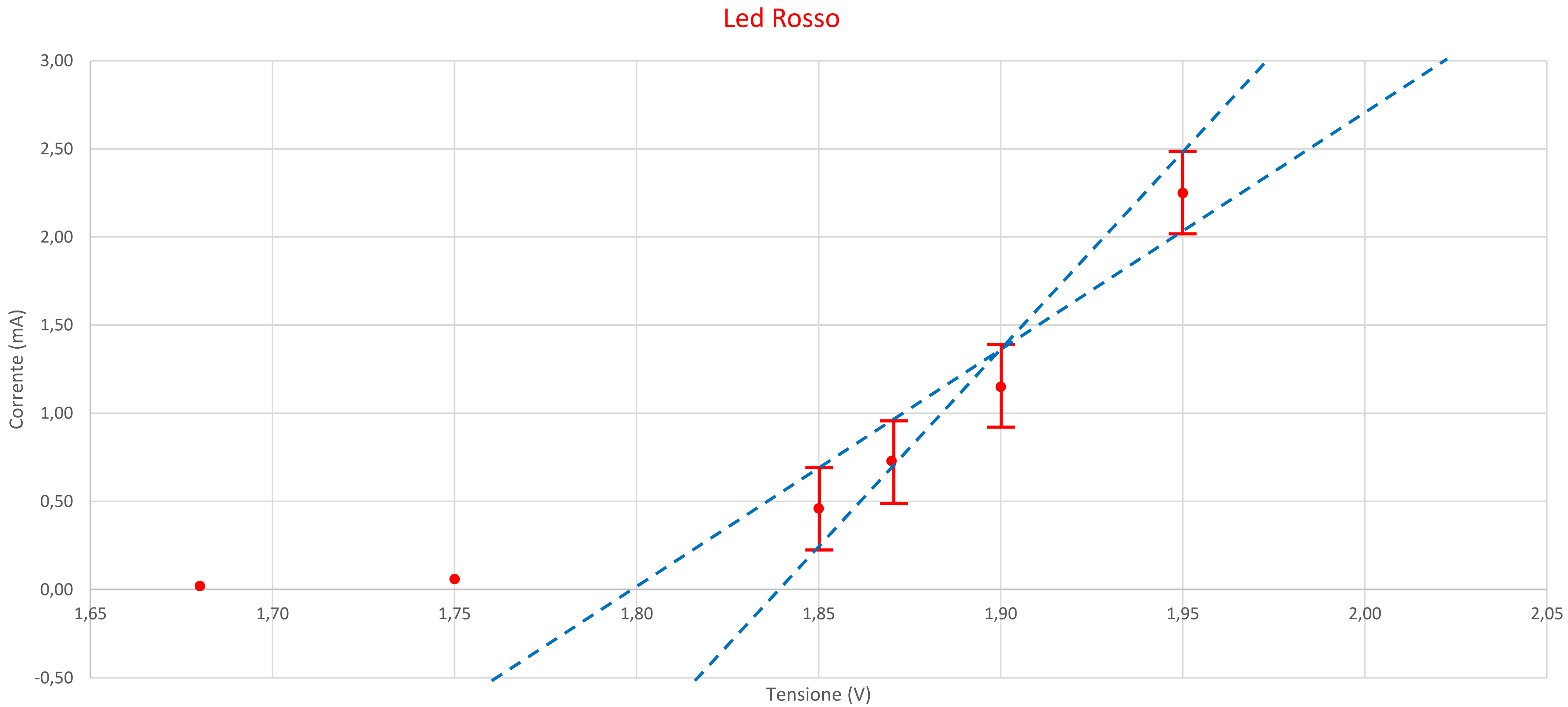
Retta di massima e minima pendenza

Questo metodo può essere applicato ogni volta che si ha a che fare con una relazione lineare.
Proviamo ad applicarlo per misurare il valore di Vg:



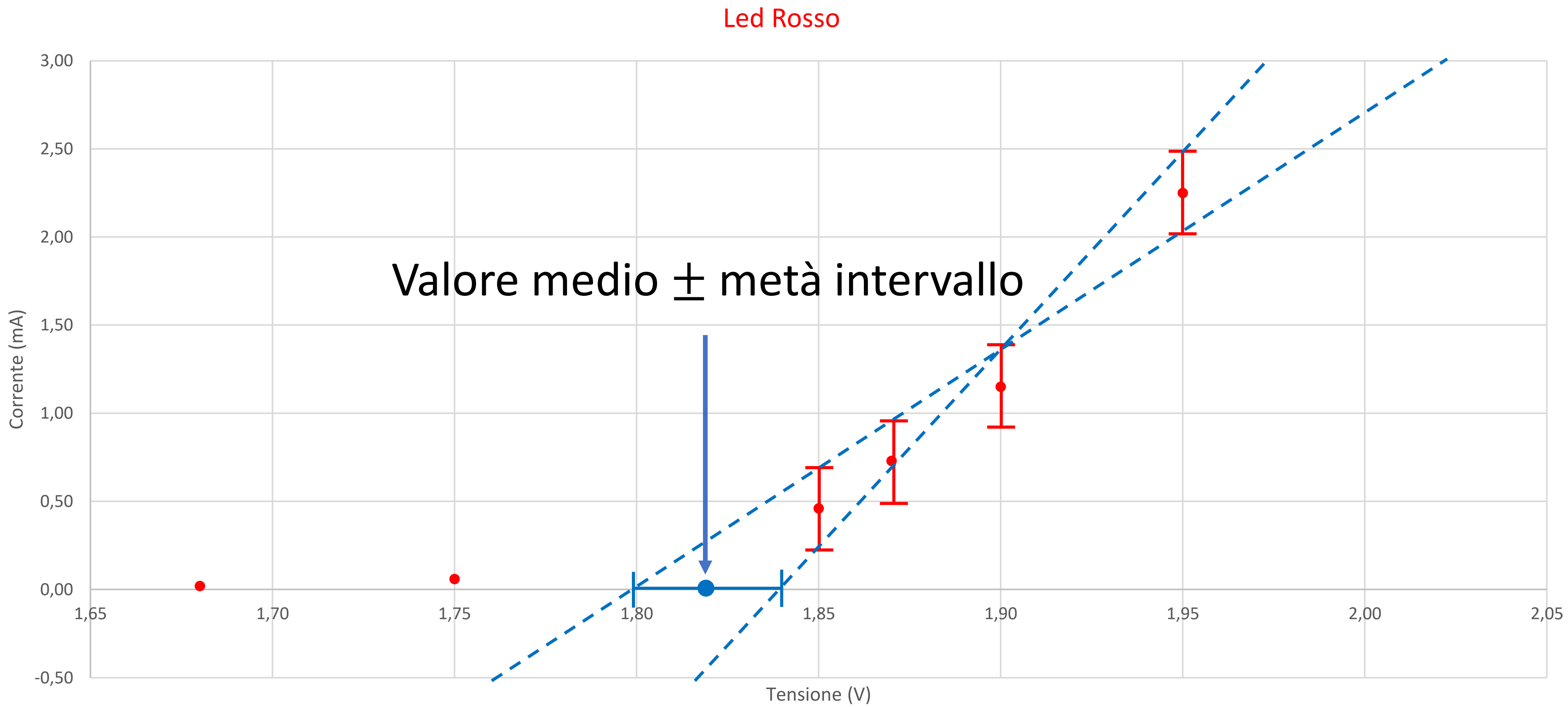
Retta di massima e minima pendenza

Questo metodo può essere applicato ogni volta che si ha a che fare con una relazione lineare.
Proviamo ad applicarlo per misurare il valore di Vg:



Retta di massima e minima pendenza

Questo metodo può essere applicato ogni volta che si ha a che fare con una relazione lineare.
Proviamo ad applicarlo per misurare il valore di Vg:



Retta di massima e minima pendenza

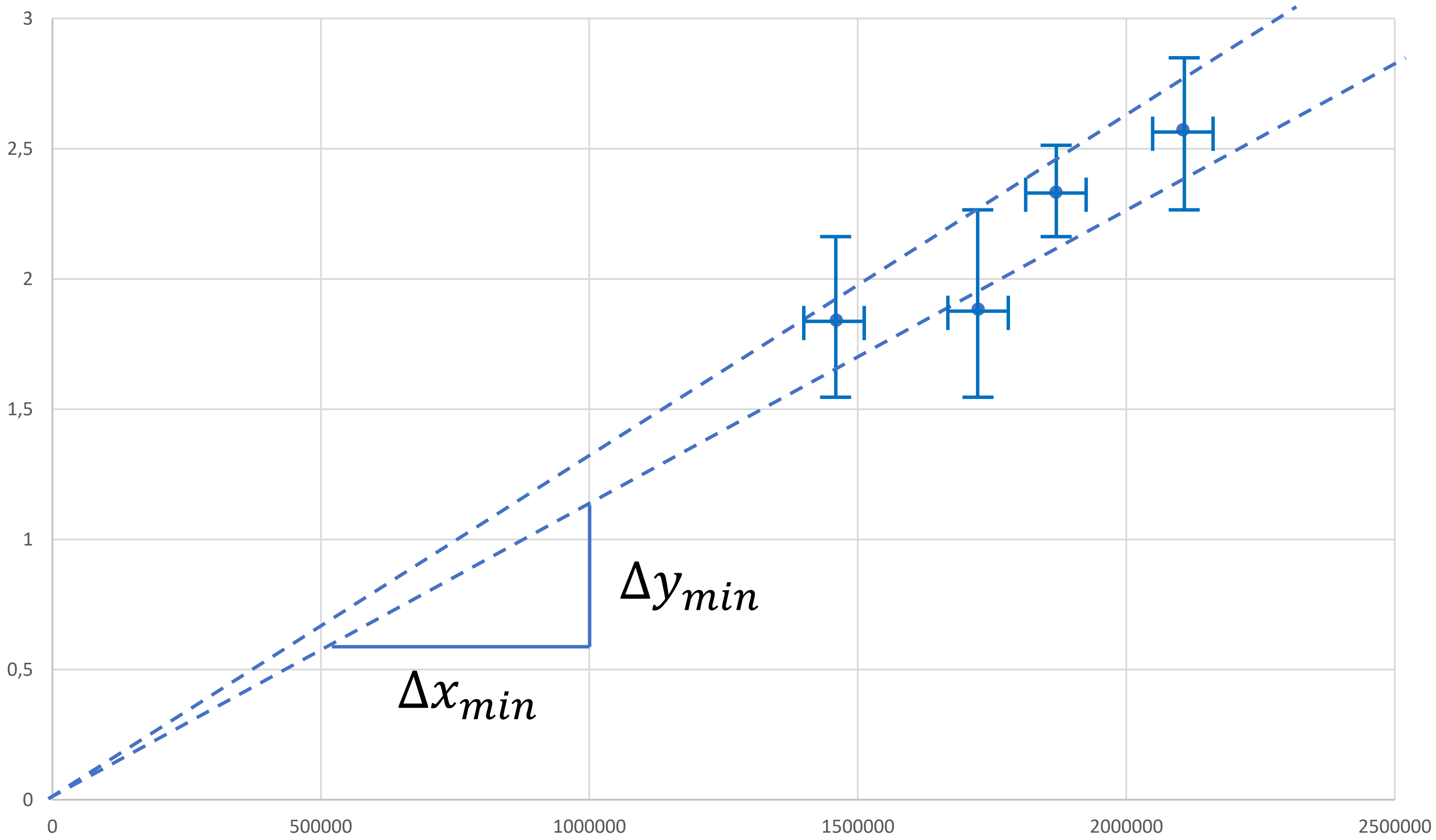
Lo stesso metodo può essere applicato anche per il calcolo della pendenza nella relazione:

$$V_g = \frac{hc}{e} \frac{1}{\lambda} + 0$$

$$y = m x + q$$

$$m_{min,max} = \frac{\Delta y_{min,max}}{\Delta x_{min,max}}$$

$$m = \frac{m_{min} + m_{max}}{2} \pm \frac{m_{max} - m_{min}}{2}$$



Calcolo di h

Infine dalla pendenza $m \pm \Delta m$ ottenuta si può ricavare $h \pm \Delta h$:

$$V_g = \frac{hc}{e} \cdot \frac{1}{\lambda} \quad \rightarrow \quad m = \frac{hc}{e} \quad \rightarrow \quad h(m) = \frac{me}{c}$$

$$\Delta h(m) = \cancel{\sqrt{\left(\frac{e}{c} \cdot \Delta m\right)^{\cancel{2}}}} = \frac{e}{c} \cdot \Delta m$$

Altri metodi per l’analisi

1. Riepilogo misura
2. Teoria degli errori
3. Analisi dati:
    - Retta di massima e minima pendenza
    - Microsoft Office: Excel
    - Python

Riepilogo dell'analisi

Microsoft Office Excel:
- Molto semplice da usare
- Il valore della costante di Planck ottenuto è $h = (6{,}446 \pm 0{,}195) \times 10^{-34}\, J \cdot s$
- Differenza percentuale con il valore atteso pari al 3%
- La procedura di fit non tiene conto del peso degli errori

Python:
- Richiede un minimo di capacità informatica
- Tra i molti linguaggi di programmazione è uno dei (se non il) più semplici da imparare
- Il valore della costante di Planck ottenuto è $h = (6{,}498 \pm 0{,}199) \times 10^{-34}\, J \cdot s$
- Differenza percentuale con il valore atteso pari al $1{,}97\%$
- Molto flessibile per l'analisi dati, permette un'ottima gestione degli errori